

# การศึกษาแบบจำลองแลนเซสเตอร์สำหรับ สมรรถนะทางอากาศที่ความน่าจะเป็นของการโจมตีสำเร็จขึ้นกับระยะเวลา

เทียนสิริ เหลืองวิไล<sup>1\*</sup> สมบูรณ์ พัฒนสกุลลอย<sup>1</sup> ประกรณ์ ประทุมมา<sup>2</sup>

วันที่รับ 17 สิงหาคม 2565 วันที่แก้ไข 17 กันยายน 2565 วันตอบรับ 30 กันยายน 2565

## บทคัดย่อ

ในสมรรถนะใหม่นั้น การจะวิเคราะห์และพยากรณ์ผลลัพธ์ของสมรรถนะด้วยความรู้และประสบการณ์ของผู้บัญชาการในการรบเพียงอย่างเดียวเป็นเรื่องที่ซับซ้อนเกินไป ดังนั้นการมีเครื่องมือหรือแบบจำลองเพื่อช่วยในการวิเคราะห์และพยากรณ์จึงหลีกเลี่ยงไม่ได้ จุดประสงค์ของวิจัยชิ้นนี้ คือศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมรรถนะการรบทางอากาศ โดยเริ่มต้นจากแบบจำลองแลนเซสเตอร์ แล้วจึงดำเนินการประยุกต์เพิ่มเติมแปรเพื่อให้สามารถเก็บพฤติกรรมทั้งหมดของสมรรถนะได้ โดยสมการหลักเป็นสมการการเปลี่ยนแปลงของการเปรียบเทียบกำลังรบของสองกองกำลัง โดยมีปัจจัยสำคัญของสมรรถนะการรบทางอากาศ เช่น การโจมตีทางอากาศ ระบบป้องกันตัวเอง ระบบเรดาร์ การรับรู้สถานการณ์ข้าศึก ระบบป้องกันภัยทางอากาศ และการเสื่อมสภาพของอากาศยานในการพร้อมรบ จะถูกนำมาเข้ามารวมไว้ในแบบจำลองนี้ด้วย นอกจากนี้พฤติกรรมและผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงอัตราความน่าจะเป็นของการยิงถูกเป้าหมายของอาวุธอากาศยานที่ขึ้นกับระยะเวลาจะถูกนำมาวิเคราะห์และศึกษาด้วย จากนั้นตัวอย่างกรณีศึกษาจะถูกนำมาวิเคราะห์และอธิบายโดยผลของงานวิจัยชิ้นนี้จะช่วยเพิ่มความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถนะทางอากาศให้ดียิ่งขึ้น ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนและการวางแผนการรบทางอากาศ

**คำสำคัญ :** แบบจำลองแลนเซสเตอร์, อาวุธที่ขึ้นกับระยะ, ความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้า, สงครามสมัยใหม่, สมรรถนะทางอากาศ

<sup>1</sup> โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

<sup>2</sup> สถาบันเทคโนโลยีป้องกันประเทศ

\* ผู้ติดต่อ, อีเมล: thiansiri.l@gmail.com

# The Study of the Lanchester model of air combat with the effect of range-dependent weapons' kill probability

Thiansiri Luangwilai<sup>1\*</sup> Somboon Pattanasagulloy<sup>1</sup> Prakorn pratoonma<sup>2</sup>

Received 17 August 2022, Revised 17 September 2022, Accepted 30 September 2022

## Abstract

In modern warfare, it becomes more sophisticated for a commander to predict their battles and mission solely by their own knowledge and experience. Therefore, a tool or prediction model becomes inevitable for every force. This investigation aims to study and develop a mathematical model of aerial warfare behaviour. The study begins with the Lanchester model, and then the model is modified and extended to capture the generic behaviour of modern aerial warfare. The governing equations are the changes in the relative strengths of two forces. An air-to-air attack, sensor and situation awareness system, aircraft defence system, aircraft survivability, and aircraft deterioration are all included in the model. The effects of range-dependent weapons and their kill probabilities are also being investigated and studied. Then the case study is analysed and discussed. As a result, this study will provide an insightful understanding of modern aerial warfare, which will benefit the Royal Thai Air Force. Consequently, the model can be used for future air warfare studies and air mission planning.

**Keywords :** Lanchester, Range-dependent weapons, Kill probability, Modern warfare, Aerial warfare

---

<sup>1</sup> Navaminda Kasatriyadhiraj Royal Air Force Academy

<sup>2</sup> Defence Technology Institute

\* Corresponding author, E-mail: thiansiri.l@gmail.com

## 1. บทนำ

ในปัจจุบันแบบจำลองและการวิเคราะห์ผลลัพธ์ของสมรภูมินั้นถือว่ามีค่าเป็นอย่างมาก เพื่อให้การตัดสินใจในการรบเป็นไปอย่างถูกต้องและสามารถประเมินผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นได้อย่างแม่นยำมากยิ่งขึ้น โดยการวิเคราะห์และตัดสินใจการรบส่วนใหญ่ในอดีตนั้น ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้บังคับบัญชา ซึ่งจะถูกต้องตรงจากประสบการณ์และการฝึกของผู้บังคับบัญชาเหล่านั้น โดยการรบในอดีตมีมิติของสมรภูมิที่ยังไม่ซับซ้อนมากนัก แต่สมรภูมิในยุคปัจจุบันมีการพัฒนาไปจากเดิมมาก มีปัจจัยมากขึ้น มีองค์ประกอบการรบมากขึ้น ทำให้มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ทำให้การตัดสินใจจากประสบการณ์อย่างเดียวนั้นเป็นไปได้อย่างยากมาก จึงจำเป็นต้องมีแบบจำลองเพื่อช่วยในการวิเคราะห์สถานการณ์ต่างๆ เพื่อให้การตัดสินใจเป็นไปอย่างถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น

นอกจากนี้แบบจำลองของสมรภูมิการรบนั้นยังถือว่าจำเป็นต่อการฝึกและการเรียนของเหล่าเสนาธิการทหารเพื่อใช้ในการประกอบการวางแผนและการตัดสินใจการรบในสมรภูมิสมัยใหม่อีกด้วย

โดย D.A. Novikov [1] ได้อธิบายรูปแบบการจำลองยุทธทางทหารในรูปแบบต่างๆ และได้มีการอธิบายคุณลักษณะไว้อย่างละเอียดในงานของ A.M. Novikov [2] โดยรูปแบบหนึ่งของการจำลองสถานการณ์ของสมรภูมิการรบนั้น คือการวิเคราะห์อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนกำลังรบของแต่ละฝ่ายที่เปลี่ยนแปลงไปแต่ละช่วงเวลา โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการรบรูปแบบนี้ถูกพัฒนาขึ้นครั้งแรกโดย F.W. Lanchester [3] เพื่อใช้ในการพยากรณ์การรบของในช่วงสงครามโลกครั้งที่หนึ่ง

หลังจากนั้นแบบจำลองและสมการของ Lanchester ได้มีการประยุกต์และนำไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย เช่น การสงครามกองโจร [4] การรบในสมรภูมิตั้งใหญ่ [5], [6]

การจำลองพฤติกรรมของสิ่งมีชีวิตในชีววิทยา [7] การจำลองการวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิต [8] การจำลองสถานการณ์ในวิดีโอเกม [9] การจำลองสถานการณ์ในการดำเนินโฆษณา [10] และสงครามนอกแบบ [11]

นอกจากนี้แบบจำลองยังได้รับการตรวจสอบความถูกต้องจากการเปรียบเทียบกับข้อมูลของสถานการณ์สมรภูมิในอดีตอีกด้วย [12] - [15]

โดย S. Pattanasagulloy และ T. Luangwilai [16] ได้ดำเนินการพัฒนาต่อยอดแบบจำลอง Lanchester [3] เพื่อรองรับปัจจัยสำคัญของสมรภูมิทางอากาศ เช่น ความสามารถในการโจมตีของอากาศยาน ความสามารถในการทำลายของจรวดโจมตี ความสามารถในการรับรู้ข้อมูลเป้าหมาย อัตราส่วนการสูญเสียหลังใช้ความสามารถในการป้องกันจรวดโจมตีของข้าศึกและการเสื่อมสภาพของอากาศยาน

โดยในงานวิจัยชิ้นนี้จะดำเนินการพัฒนาต่อยอดเพิ่มเติมออกไปอีกด้วยการเพิ่มตัวแปรที่คำนึงถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของความน่าจะเป็นของความสำเร็จในการโจมตีของอาวุธที่ขึ้นอยู่กับระยะทาง ซึ่งถือว่าเป็นหนึ่งในปัจจัยที่สำคัญมากในการรบทางอากาศที่มีการใช้จรวดหลากหลายระยะโจมตี

## 2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

S. Pattanasagulloy และ T. Luangwilai [16] ได้พัฒนาต่อแบบจำลองของ Lanchester ให้สามารถรองรับปัจจัยที่สำคัญของสมรภูมิการรบทางอากาศในสงครามยุคใหม่ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญมีดังนี้ คือ อากาศยาน ระบบป้องกันตัวเอง ระบบเรดาร์ การรับรู้สถานการณ์ข้าศึก ระบบป้องกันภัยทางอากาศ และการเสื่อมสภาพของอากาศยานในการพร้อมรบ โดยปัจจัยเหล่านี้จะอธิบายด้วยสมการเชิงอนุพันธ์สามมิติที่แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลังรบของฝ่ายน้ำเงิน  $B(t)$  และ  $R(t)$  ฝ่ายแดง ในสมการที่ (1) และ (2)

$$\frac{dB(t)}{dt} = -J_R W_R S_R A_B R(t) - K_B B(t) \quad (1)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -J_B W_B S_B A_R B(t) - K_R R(t) \quad (2)$$

โดยรายละเอียดตัวแปรและกระบวนการพัฒนาได้ถูกอธิบายไว้ใน [16] ซึ่งนิยามและคำอธิบายได้แสดงไว้ในหัวข้อภาคผนวก โดยในสมการเชิงอนุพันธ์สมการที่ (1) และ (2) แสดงอัตราการลดลงของกำลังรบของแต่ละฝ่าย

## 2.1 ปัจจัยของสมรรถนะทางอากาศ

1)  $J_B$  และ  $J_R$  คือ ความสามารถในการโจมตีของอากาศยาน ปัจจัยด้านนี้พัฒนาต่อยอดมาจากพฤติกรรมการลดลงของกำลังรบตามพื้นฐานของแบบจำลอง Lanchester โดยขีดความสามารถทั้งสองตัวนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับอากาศยานโดยตรง แสดงถึงความน่าจะเป็นในความสำเร็จของอากาศยาน ในการโจมตีอากาศยานฝ่ายตรงข้าม เช่น ความเร็วในการบินและความสามารถในการปล่อยจรวดไปยังเป้าหมายของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง และความน่าจะเป็นในการป้องกันตนเองหรือหลบหลีกจรวดของกองทัพฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง เช่น การใช้เป้าลวงแบบวัตถุ (Chaff) เป้าลวงแบบความร้อน (Flare)

2)  $W_B$  และ  $W_R$  คือ ความสามารถของอาวุธในการทำลายศัตรู โดยแบบจำลองของพฤติกรรมการนี้ถูกพัฒนาขึ้นโดย K. Iida [17]

3)  $S_B$  และ  $S_R$  ความสามารถในการรับรู้ข้อมูลเป้าหมาย โดยการสมรรถนะทางอากาศในยุคใหม่นั้นจะเป็นระบบโครงข่ายเป็นศูนย์กลาง (Network Centric Operation) ทำให้ผลกระทบตัวแปรแต่ละตัวนั้น จะส่งผลต่อกันและความซับซ้อนของสมรรถนะมีมากขึ้น [18], [19]

โดย M. Kress [11] ได้พัฒนาแบบจำลองเพื่ออธิบายพฤติกรรมการรับรู้เป้าหมายและสถานการณ์ ทำให้มีรูปแบบยิงแบบเล็งเป้าหมายและการยิงพื้นที่ ซึ่งระดับการรับรู้สถานการณ์เกี่ยวกับเป้าหมายของฝ่ายตรงข้ามจะมีผลต่อผลการต่อสู้

4)  $A_B$  และ  $A_R$  อัตราส่วนการสูญเสียหลังใช้ความสามารถในการป้องกันจากจรวดโจมตีของข้าศึก โดย T. Komiya [18] และ T. Komiya และ I. Koji [20] ได้พัฒนาแบบจำลองของพฤติกรรมสมรรถนะที่มีตัวแปรของการโจมตีด้วยจรวดและการป้องกันตัวเองจากจรวด ซึ่งขีดความสามารถของระบบการป้องกันภัยทางอากาศหรือระบบต่อต้านจรวดนั้น มีตัวอย่างจริง เช่น ระบบซีปนาวุธป้องกันการโจมตีทางอากาศ Iron Dome ของอิสราเอล หรือระบบต่อต้านซีปนาวุธ THAAD ของอเมริกาที่เป็นเสมือนเกราะป้องกันจากการโจมตี

5)  $K_B$  และ  $K_R$  การเสื่อมสภาพของอากาศยาน โดย R.E. Bach และคณะ [21] ได้อธิบายแบบจำลองของการเสื่อมสภาพของอาวุธและกำลังรบ ทำให้ความสามารถในการพร้อมรบลดลงเมื่อเวลาเปลี่ยนไป

## 2.2 ความน่าจะเป็นของความสำเร็จในการโจมตีที่ขึ้นกับระยะทาง

เนื่องจากสมรรถนะการรบทางอากาศในยุคใหม่ใช้จรวดที่มีการนำวิถีเป็นหลัก ทำให้ระยะห่างระหว่างทั้งสองฝ่ายในการรบนั้นกลายมาเป็นปัจจัยที่สำคัญในการบ่งชี้ความสำเร็จในการโจมตีเป้าหมายของอาวุธ

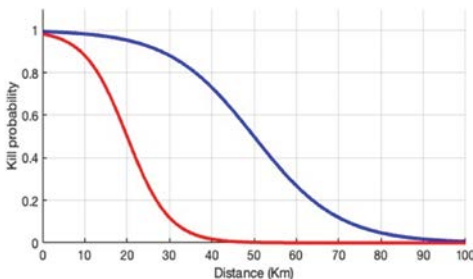
โดยในงานวิจัยของ S.H. Denney [22], Steigers [23] และ G.A. Rao และ S.P. Mahulikar [24] ได้อธิบายพฤติกรรมและขีดความสามารถของจรวดของอากาศยานไว้โดยละเอียดและได้อธิบายพฤติกรรมการลดลงของความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมายไว้โดยจรวดทางอากาศจะมีขีดความสามารถและความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมายอย่างแน่นอนจนถึงระยะหนึ่ง ในช่วงระยะนี้จะเรียกว่าระยะสังหาร (Weapon lethal range) หากเลยระยะนี้ไป ความน่าจะเป็นจะลดลงอย่างรวดเร็วในรูปแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล ซึ่งจากคุณสมบัตินี้ทำให้ค่าของตัวแปรความน่าจะเป็นของการยิงถูกเป้าหมายของ

จรวดฝ้ายน้ำเงินและฝ้ายแดง ( $P_{WB}$  และ  $P_{WR}$ ) ซึ่งเป็นตัวแปรหลักของปัจจัยความสามารถของอาวุธในการทำลายศัตรูฝ้ายน้ำเงินและฝ้ายแดง ( $W_B$  และ  $W_R$ ) ที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่แล้ว ได้เปลี่ยนแปลงไปจากงานวิจัยของ [16] จากที่เป็นค่าคงที่ มาเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับระยะทางและสามารถอธิบายพฤติกรรมนี้ได้ด้วยสมการ

$$P_{WB} = \frac{1}{1 + M_B e^{\beta_B (d - \gamma_B)}} \quad (3)$$

$$P_{WR} = \frac{1}{1 + M_R e^{\beta_R (d - \gamma_R)}} \quad (4)$$

ในสมการนี้มี  $d$  เป็นระยะห่างระหว่างอากาศยานที่โจมตีและอากาศยานเป้าหมาย โดย  $\beta_B$  และ  $\beta_R$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของความน่าจะเป็นในการโจมตีโดนเป้าหมาย ส่วน  $\gamma_B$  และ  $\gamma_R$  เป็นจุดศูนย์กลางการลดลงของความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมาย และ  $M_B$  และ  $M_R$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ในการเลื่อนพฤติกรรมลดลงของความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมาย



รูปที่ ๑ ตัวอย่างพฤติกรรมลดลงของความน่าจะเป็นของอาวุธที่ยิงถูกเป้าหมายของจรวดพิสัยใกล้และพิสัยกลาง

รูปที่ 1 พฤติกรรมลดลงของความน่าจะเป็นของจรวดที่ยิงถูกเป้าหมายของจรวดพิสัยใกล้และพิสัยกลาง โดยเส้นสีแดงเป็นค่าสมมุติของจรวดพิสัยใกล้ ( $\beta_B = 0.1$ ,  $M_B = 0.1$  และ  $\gamma_B = 20$ ) และเส้นสีน้ำเงินเป็นจรวดพิสัยกลาง ( $\beta_R = 0.1$ ,  $M_R = 0.1$

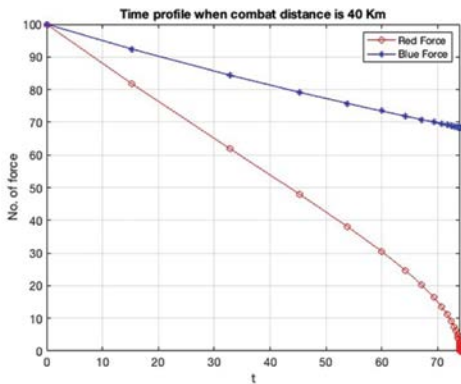
และ  $\gamma_R = 40$ ) ที่ระยะต่าง ๆ ระหว่างเป้าหมายกับอากาศยานที่โจมตี ( $d$ ) โดยด้วยค่าตัวแปรสมมุตินี้ จรวดพิสัยใกล้จะลดความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมายที่ระยะ 10 กิโลเมตร แล้วความน่าจะเป็นนี้จะลดลงในรูปแบบของเอ็กซ์โพเนนเชียล จนเข้าใกล้ศูนย์ที่ระยะประมาณ 30 กิโลเมตร ส่วนในกรณีของจรวดพิสัยกลาง ความน่าจะเป็นจะเริ่มลดลงที่ระยะประมาณ 30 กิโลเมตร และเข้าใกล้ศูนย์ที่ระยะประมาณ 80 กิโลเมตร ซึ่งค่าตัวแปรที่สมมุติขึ้นมาในหัวข้อนี้สอดคล้องกับคุณสมบัติพื้นฐานของจรวดในสองระยะพิสัยนี้ [22] - [24]

### 3. การวิเคราะห์และผล

ในขั้นตอนการวิเคราะห์นั้น สมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่ (1) และ (2) และสมการตัวแปรปัจจัยที่สำคัญทั้ง 5 ด้าน ถูกอธิบายไว้ในหัวข้อภาคผนวก อีกทั้งปัจจัยการเปลี่ยนแปลงของความน่าจะเป็นของการยิงถูกเป้าหมายของจรวดในสมการที่ (3) และ (4) จะถูกดำเนินการหาผลเฉลยด้วยกระบวนการวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อศึกษาพฤติกรรมพื้นฐานของผลกระทบของปัจจัยความแตกต่างด้านขีดความสามารถของจรวดในการรบ

โดยคำตอบในรูปแบบทั่วไป จะสามารถอธิบายพฤติกรรมพื้นฐานได้อย่างครบถ้วน แต่ค่าพยากรณ์ต่าง ๆ จะต่างไปจากความเป็นจริงบ้าง โดยถ้าจะนำไปใช้จริง จำเป็นที่จะต้องประเมินค่าตัวแปรต่าง ๆ ให้ถูกต้องและเหมาะสมกับค่าเฉพาะของกองกำลังของแต่ละฝ่ายและสถานการณ์ที่แตกต่างกันไป

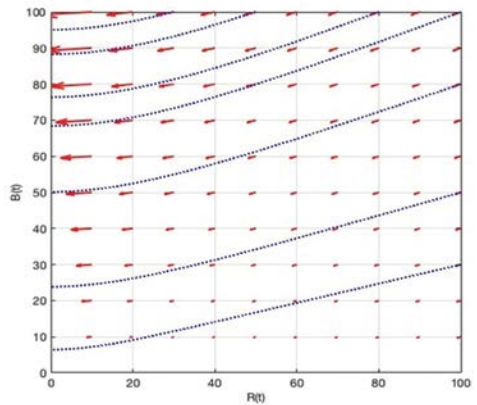
โดยในหัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างการวิเคราะห์พฤติกรรมการรบของสมรภูมิทางอากาศที่ทั้งสองฝ่ายใช้จรวดที่มีความสามารถต่างกัน โดยกองกำลังฝ้ายน้ำเงินจะมีจรวดพิสัยใกล้และกลาง ส่วนฝ้ายแดงจะมีจรวดพิสัยใกล้อย่างเดียวเท่านั้น ซึ่งค่าความน่าจะเป็นของการยิงถูกเป้าหมายของจรวดที่ระยะต่าง ๆ ในกรณีศึกษา นี้ จะใช้ค่าสมมุติจากรูปที่ 1



รูปที่ ๒ จำนวนของกำลังรบฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงในแต่ละช่วงเวลา

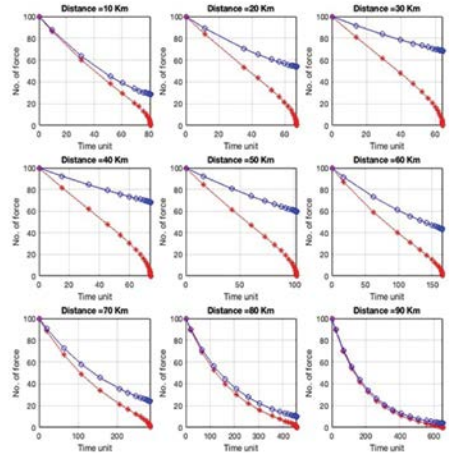
รูปที่ 2 แสดงจำนวนของกำลังรบทั้งสองฝ่ายที่ลดลงในแต่ละช่วงเวลา (Time profile solution) ของกรณีตัวอย่าง ซึ่งกราฟนี้ได้จากการดำเนินการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและหาผลเฉลยของสมการที่ (1) และ (2) รวมทั้งตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งหมด โดยผลเฉลยที่ได้จะอยู่ในรูปที่เทียบกับเวลา โดยในกรณีตัวอย่างนี้กองกำลังฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงมีจำนวนอากาศยานเริ่มต้นเท่ากันอยู่ที่ฝ่ายละ 100 หน่วย แต่ละฝ่ายจะเริ่มยิงโจมตีกันเมื่ออยู่ห่างกันที่ระยะห่างกัน 40 กิโลเมตร จากรูปที่ 2 จะเห็นได้ว่าเมื่อทั้งสองฝ่ายเริ่มยิงโจมตีกันอย่างสุดกำลัง โดยทั้งสองฝ่ายแตกต่างกันเพียงแค่ฝ่ายน้ำเงินจะมีจรวดพิสัยกลางอยู่ด้วย แต่ค่าตัวแปรและคุณสมบัติอื่น ๆ ที่เหลือเหมือนกัน (กรณีศึกษาที่คุณสมบัติอื่น ๆ แตกต่างกันนั้นได้อธิบายไว้ในงานวิจัยของ [16]) ทำให้ฝ่ายน้ำเงินมีความได้เปรียบอย่างมากในการต่อสู้โดยสามารถกำจัดกองกำลังฝ่ายแดงได้ทั้งหมดภายใน 74 หน่วยเวลา และกองกำลังฝ่ายน้ำเงินยังเหลือกำลังรบอยู่อีก 68 หน่วย

รูปที่ 3 แสดงแผนภาพเปรียบเทียบอัตราส่วนในการลดจำนวนของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงเปรียบเทียบกัน (Phase plane solution) ซึ่งกราฟนี้ได้จากการดำเนินการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและหาผลเฉลยของสมการที่ (1) และ (2) และ



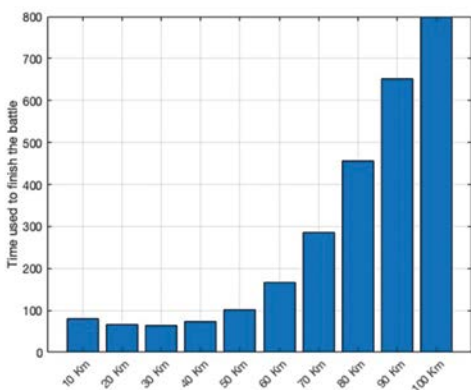
รูปที่ ๓ กราฟแสดงจำนวนกำลังรบทั้งสองฝ่ายเปรียบเทียบกันของกรณีศึกษา

เปรียบเทียบกำลังทั้งสองฝ่ายกันเอง โดยจากแผนภาพนี้แสดงให้เห็นว่า กองกำลังฝ่ายน้ำเงินนั้นมีความได้เปรียบกองกำลังฝ่ายแดงมาก จนทำให้กรณีที่กองกำลังฝ่ายน้ำเงินที่มีน้อยกว่า สามารถทำลายกองกำลังฝ่ายแดงที่มี 100 หน่วย ได้หมด ตัวอย่างเช่น กรณีฝ่ายน้ำเงินมีกำลังรบเริ่มต้น 80 หน่วย เมื่อกำจัดฝ่ายแดงหมดจะเหลือ 50 หน่วย กรณีฝ่ายน้ำเงินมี 50 หน่วย จะเหลือ 24 หน่วย และกรณีฝ่ายน้ำเงินมี 30 หน่วย จะเหลือ 8 หน่วย



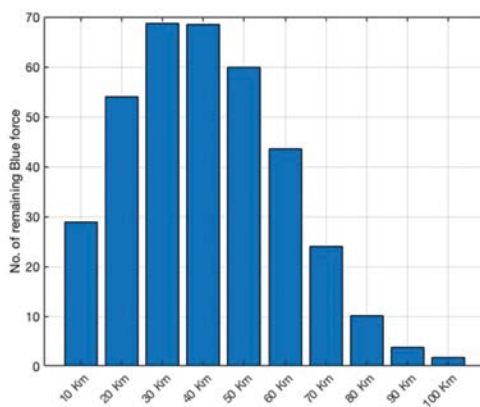
รูปที่ ๔ แสดงจำนวนของกำลังรบฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงในแต่ละช่วงเวลาของสมรภูมิทางอากาศที่ระยะต่าง ๆ

รูปที่ 4 แสดงจำนวนของกำลังรบทั้งสองฝ่ายที่ลดลงในแต่ละช่วงเวลา (Time profile solution) ในกรณีนี้ทั้งสองฝ่ายเริ่มรบและโจมตีกัน ที่ระยะ 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 และ 90 กิโลเมตร โดยกองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีความได้เปรียบและสามารถเอาชนะกองกำลังฝ่ายแดงได้หมด โดยที่ระยะ 30 และ 40 กิโลเมตรนั้น กองกำลังฝ่ายน้ำเงินสามารถกำจัดกองกำลังฝ่ายแดง 100 หน่วย ได้หมด แล้วเหลือกำลังรบมากที่สุด คือเหลืออยู่ที่ 68 หน่วย ในทางตรงกันข้ามที่ระยะ 90 กิโลเมตร ทั้งสองฝ่ายโจมตีกันแทบไม่ได้ทำให้สมรภูมิจึงมีความยืดเยื้อมากถึงประมาณ 650 หน่วยเวลา และกองกำลังฝ่ายน้ำเงินเหลืออยู่เพียง 3 หน่วย



รูปที่ ๕ กราฟแสดงเวลาที่ใช้ของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินในการกำจัดกองกำลังฝ่ายแดงทั้งหมดที่ระยะต่าง ๆ ของสมรภูมิ

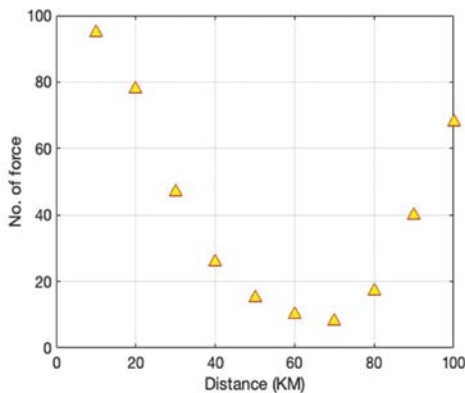
จากรูปที่ 5 แสดงเวลาที่ใช้ในการจบสมรภูมิการรบเมื่อกองกำลังฝ่ายแดงถูกกำจัดหมด โดยจากรูปนี้สังเกตว่าหากสมรภูมิการรบเกิดขึ้นโดยที่ทั้งสองกองกำลังอยู่ห่างกันน้อยกว่า 50 กิโลเมตร สมรภูมิจะสามารถจบลงได้อย่างรวดเร็วภายใน 100 หน่วยเวลา แต่หากยิ่งไกลออกไปสมรภูมิจะยิ่งยืดเยื้อ เพราะความน่าจะเป็นในการยิงโดนเป้าหมายของแต่ละฝ่ายจะลดน้อยลงมาก



รูปที่ ๖ กราฟแสดงกำลังรบที่เหลืออยู่ของฝ่ายน้ำเงิน หลังจากกำจัดกองกำลังฝ่ายแดงทั้งหมดที่ระยะต่าง ๆ ของสมรภูมิ

รูปที่ 6 แสดงกำลังรบที่เหลืออยู่ของฝ่ายน้ำเงินหลังจากจบสมรภูมิลงไป โดยทั้งสองฝ่ายมีกำลังรบเริ่มต้นเท่ากันที่ 100 หน่วย จากนั้นด้วยความได้เปรียบทางด้านอาวุธของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินจึงสามารถทำลายกำลังรบทั้งหมดของฝ่ายแดงลงไปได้ และยังเหลือกำลังรบตามรูปที่ 6 ซึ่งจะเห็นได้ว่าระยะการรบที่อยู่ระหว่าง 30 ถึง 40 กิโลเมตร เป็นช่วงที่ทำให้กองกำลังฝ่ายน้ำเงินนั้นได้เปรียบมากที่สุด เพราะในระยะนี้อัตราการโจมตีถูกเป้าหมายของอาวุธฝ่ายน้ำเงินอยู่ในระดับที่สูงอยู่ แต่อัตราการโจมตีถูกเป้าหมายของฝ่ายแดงนั้นลดน้อยลงไปตามแผนภาพนี้ผู้วางแผนการรบสามารถนำไปวางแผนการบินและโจมตีในพิภพที่ได้เปรียบอยู่เสมอได้

เนื่องจากในสมรภูมิการรบตัวอย่างนี้ กองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีจรวดที่มีความได้เปรียบกองกำลังฝ่ายแดง ทำให้กองกำลังฝ่ายน้ำเงินสามารถเอาชนะได้ในทุกกรณี โดยในรูปที่ 7 แสดงจำนวนกองกำลังฝ่ายแดงที่น้อยที่สุดที่ยังสามารถเอาชนะและกำจัดกองกำลังฝ่ายน้ำเงินจำนวน 100 หน่วยได้ โดยจำนวนกองกำลังฝ่ายน้ำเงินที่น้อยที่สุดนั้นจะแตกต่างกันไปในแต่ละช่วงระยะการโจมตี ตัวอย่างเช่น ถ้าสมรภูมิการรบที่ทั้งสองฝ่ายอยู่ห่างกันประมาณ



รูปที่ ๗ กราฟแสดงจำนวนกำลังน้อยที่สุดของฝ่ายน้ำเงินที่สามารถกำจัดกำลังฝ่ายแดง 100 หน่วย ลงไปได้ ในระยะต่างๆ ของสมรภูมิ

10 กิโลเมตร กองกำลังฝ่ายน้ำเงินจำเป็นจะต้องใช้อากาศยานถึง 95 หน่วย เพื่อจะเอาชนะกองกำลังฝ่ายแดงจำนวน 100 หน่วย แต่หากสมรภูมิเกิดขึ้นที่ระยะ 70 กิโลเมตร กองกำลังฝ่ายแดงจำเป็นต้องใช้เพียงแค่ 10 หน่วย เพื่อเอาชนะกองกำลังฝ่ายแดง 100 หน่วย เหตุผลเพราะว่าสมรภูมิการรบและโจมตีเกิดขึ้นในระยะที่ไกลเกินกว่าที่อากาศยานฝ่ายแดงจะสามารถโจมตีได้ แต่อาวุธของฝ่ายน้ำเงินนั้นยังพอสามารถโจมตีได้

#### 4. สรุปผล

งานวิจัยชิ้นนี้เป็นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์ผลของสมรภูมิการรบทางอากาศในรูปแบบการรบเติมกำลังของสองฝ่าย โดยได้เริ่มต้นจากแบบจำลองของ Lanchester จากนั้นจึงดำเนินการเพิ่มตัวแปรต่างๆ ที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับสมรภูมิการรบทางอากาศ เช่น ความสามารถในการโจมตีของอากาศยาน ความสามารถในการทำลายของจรวดโจมตี ความสามารถในการรับรู้ข้อมูลเป้าหมาย ความสามารถในการป้องกันตนเองจากจรวดโจมตีของข้าศึกและการเสื่อมสภาพของ

อากาศยาน โดยคุณสมบัติและพฤติกรรมต่างๆ ของตัวแปรเหล่านี้ได้ถูกวิเคราะห์และอธิบายไว้ในงานวิจัยของ [16] ซึ่งในบทความนี้ได้ต่อยอดและนำเสนอแนวคิดในการจำลองพฤติกรรมที่เป็นผลกระทบจากจรวดที่มีระยะโจมตีที่แตกต่างกัน ทำให้ความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมายที่ระยะต่างๆ กันมีการเปลี่ยนแปลงไป เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับระยะทาง

ในงานวิจัยชิ้นนี้พฤติกรรมการลดถอยของกำลังรบในแบบจำลองนี้มีความหลากหลายรูปแบบ ทั้งแบบเชิงเส้น แบบเอ็กโพเนนเชียล และแบบผกผัน ซึ่งมีความซับซ้อนกว่าแบบจำลองดั้งเดิมของ Lanchester ที่จะมีอัตราการลดเป็นแบบเชิงเส้น

โดยผลของตัวอย่างในการวิเคราะห์แบบจำลองในงานวิจัยชิ้นนี้อยู่ในรูปแบบที่สามารถอธิบายพฤติกรรมและความสัมพันธ์ของปัจจัยต่างๆ ของสมรภูมิการรบทางอากาศได้อย่างครบถ้วน แต่การนำไปใช้จริงจำเป็นที่จะต้องมีการศึกษาและวิเคราะห์ค่าตัวแปรต่างๆ ในแบบจำลองให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น (Sensitivity analysis of model parameters) เพื่อให้การพยากรณ์ผลของสมรภูมิการรบมีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

#### 5. ภาคผนวก

$A_B, A_R$  — อัตราส่วนการสูญเสียหลังใช้ความสามารถในการป้องกันจากจรวดโจมตีของข้าศึกของฝ่ายน้ำเงินและแดง

$$[A_B = \frac{1}{\alpha_B B(t)}, A_R = \frac{1}{\alpha_R R(t)}]$$

$B_0, R_0$  — จำนวนเริ่มต้นของกองกำลังทั้งฝ่าย

$C_{WB}, C_{WB}$  — จำนวนกระสุนที่ยิงถูกเป้าหมายฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงแล้วเป้าหมายถูกทำลาย

$J_B, J_R$  — ความสามารถในการโจมตีของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและแดง

$$[J_B = P_{JB} V_{JB} (1 - P_{RO}), J_R = P_{JR} V_{JR} (1 - P_{BO})]$$



$K_B, K_R$  — การเสื่อมสภาพของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและแดง

$M_B, M_R$  — ค่าสัมประสิทธิ์ในการเลื่อนพฤติกรรม การลดลงของความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมายฝ่ายน้ำเงินและแดง

$P_{B0}, P_{R0}$  — ความน่าจะเป็นในการป้องกันตนเองหรือหลบหลีกจรวดฝ่ายน้ำเงินและแดง

$P_{JB}, P_{JR}$  — ความน่าจะเป็นในการโจมตีฝั่งตรงข้ามได้ของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและแดง

$P_{WB}, P_{WR}$  — ความน่าจะเป็นยิงถูกเป้าหมายของจรวด ฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง

$$[P_{WB} = \frac{1}{1+M_B e^{\beta_B(d-\gamma_B)}}, P_{WR} = \frac{1}{1+M_R e^{\beta_R(d-\gamma_R)}]$$

$S_B, S_R$  — ความสามารถในการรับรู้ข้อมูลเป้าหมาย

$$[S_B = \frac{\sigma_B R_0 + (1-\sigma_B)R(t)}{R_0}, S_R = \frac{\sigma_R B_0 + (1-\sigma_R)B(t)}{B_0}]$$

$V_{JB}, V_{JR}$  — ความเร็วในการบินและความสามารถในการปล่อยจรวดไปยังเป้าหมายของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและแดง

$V_{WB}, V_{WR}$  — ความเร็วในการยิงจรวดของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง

$W_B, W_R$  — ความสามารถของอาวุธในการทำลายศัตรู

$$[W_B = \frac{P_{WB} V_{WB}}{C_{WB}}, W_R = \frac{P_{WR} V_{WR}}{C_{WR}}]$$

$\alpha_B, \alpha_R$  — ค่าสัมประสิทธิ์ความสามารถในการป้องกันการโจมตีจากจรวดของข้าศึกของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง

$\beta_B, \beta_R$  — ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของความน่าจะเป็นในการโจมตีเป้าหมายฝ่ายน้ำเงินและแดง

$\gamma_B, \gamma_R$  — จุดศูนย์กลางการลดลงของความน่าจะเป็นในการยิงถูกเป้าหมายฝ่ายน้ำเงินและแดง

$\sigma_B, \sigma_R$  — อัตราการรับรู้ตำแหน่งของเป้าหมายข้าศึกของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง  $[0 \leq \sigma_B, \sigma_R \leq 1]$

$$P_{JB} = P_{JR} = V_{JB} = V_{JR} = V_{WB} = V_{WR} = P_{B0} = P_{R0} = \sigma_B = \sigma_R = \alpha_B = \alpha_R = 0.5$$

$$C_{WB} = C_{WR} = 1 \quad K_B = K_R = 0.005$$

## 6. เอกสารอ้างอิง

- [1] D. A. Novikov, "Hierarchical Models of Warfare," *Automat. Remote Control*, vol. 74, no. 10, pp. 1733 - 1752, 2013.
- [2] A. M. Novikov and D. A. Novikov, "Methodology," M.: SINTEG, 2007, p. 668.
- [3] F. W. Lanchester, *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm*, London, Constable and Company Limited, 1916.
- [4] S. J. Deitchman, "A Lanchester Model of Guerrilla Warfare," *Oper. Res.*, vol. 10, no. 6, pp. 818 - 827, 1962.
- [5] G. G. Brown and A. R. Washburn, "The Fast Theater Model (FATHM)," *Mil. Oper. Res.*, vol. 12, no. 4, pp. 33 - 45, 2007.
- [6] H. W. Jones, *COSAGE User's Manual, Volume 1-Main Report. Revision 4.* ARMY CONCEPTS ANALYSIS AGENCY BETHESDA MD, 1995.
- [7] E. S. Adams and M. Mesterton-Gibbons, "Lanchester's Attrition Models and Fights Among Social Animals," *Behav. Ecol.*, vol. 14, no. 5, pp. 719 - 723, 2003.
- [8] D. D. Johnson and N. J. MacKay, "Fight the Power: Lanchester's Laws of Combat in Human Evolution," *Evol. Hum. Behav.*, vol. 36, no. 2, pp. 152-163, 2015.
- [9] M. A. Stanescu, N. Barriga, and M. Buro, "Using Lanchester Attrition Laws for Combat Prediction in StarCraft,"

- in *11th Artif. Intell. Interac. Digit. Entertainment conf.*, 2015.
- [10] S. Jørgensen and S. Sigué, "A Lanchester-Type Dynamic Game of Advertising and Pricing," in *Games in Management Science*, Springer, Cham., 2020, pp. 1 - 14.
- [11] M. Kress, "Lanchester Models for Irregular Warfare," *Mathematics*, vol. 8, no. 5, p. 737, 2020.
- [12] T. W. Lucas and T. Turkes, "Fitting Lanchester equations to the Battles of Kursk and Ardennes," *Nav. Res. Logistics*, vol. 51, pp. 95 - 116, 2004.
- [13] M. Sahni and S. K. Das, "Performance of Maximum Likelihood Estimator for Fitting Lanchester Equations on Kursk Battle Data," *J. Battlef. Technol.*, vol. 18, no. 2, pp. 23 - 30, 2015.
- [14] N. MacKay, C. Price, and A. J. Wood, "Weight of Shell Must Tell: A Lanchestrian Reappraisal of the Battle of Jutland," *History*, vol. 101, no. 4(347), pp. 536 - 563, 2016.
- [15] P. R. Syms, "Validating Lanchester Models: The First 60 Years," in *34th Int. Symp. Mil. Oper. Res. (ISMOR)*, Jul. 2017.
- [16] S. Pattanasagulloy and T. Luangwilai, "Mathematical Modelling of Air Combat by Using Lanchester Model," *The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok*, (In press).
- [17] K. Iida, *Theory of Operation Research Applied for Nation Defense*. Nagoya, Japan. Sankeisha, 2002.
- [18] T. Komiya, *Lanchester Model*, Nagoya, Japan. Sankeisha, 2019.
- [19] J. X. Liu, S. H. Xu, J. S. Gao, and Y. Q. Yuan, "An Integrated Network/Firepower Operation Model Based on Lanchester Equation," *Vibroengineering PROCEDIA*, vol. 17, no. 2, pp. 112 - 117, 2018.
- [20] T. Komiya and I. Koji, "Deterministic Lanchester Model of Missile Striking Battle (Part 2) Evaluation Model of Regional Air Defense Capability and Information Capability," *Scientific and engineering journal of the national defense academy*, Japan, 2006.
- [21] R. E. Bach, Jr, L. Dolansky, and H. L. Stubbs, "Some Recent Contributions to the Lanchester Theory of Combat," *Oper. Res.*, vol. 10, no. 3, pp. 314 - 326, 1962.
- [22] S. H. Denney, *A review of literature on the theory of hit and kill probabilities*, 1970.
- [23] Steigers and C. William, "A Critical Analysis of a Range Dependent Probability of Kill for the NATO Seasparrow Missile System," M.S. Thesis, Nav. Postgraduate School, Monterey, CA, USA, 1993.
- [24] G. A. Rao and S. P. Mahulikar, "New Criterion for Aircraft Susceptibility to Infrared Guided Missiles," *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 9, no. 8, pp. 701 - 712, 2005.