

# การพัฒนาแบบจำลองเส้นทางการบินของอากาศยาน 3 มิติ ด้วย สมการแบบกำหนดตัวแปรเนริฟ

ชนะ รัชศิริ<sup>1\*</sup> กฤติยา พาอิม<sup>1</sup> และ ภูมเรศ แสงราม<sup>2</sup>

วันที่รับ 14 กรกฎาคม 2564 วันที่แก้ไข 9 สิงหาคม 2564 วันตอบรับ 9 สิงหาคม 2564

## บทคัดย่อ

งานวิจัยที่ผ่าน ๆ มาการสร้างเส้นทางการบินของอากาศยาน หรือการทำนายเส้นทางการบินมีหลากหลายวิธี เช่น การทำนายด้วยวิธีโครงข่ายประสาทเทียม หรือการทำนายด้วยการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างตำแหน่ง โดยในงานวิจัยนี้จะเป็นการสร้างเส้นทางการบินของอากาศยานด้วยสมการ Parametric แบบ Non-Uniform Rational Basic Spline (NURBS) โดยสมการ NURBS นี้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจาก Spline ซึ่งนิยมใช้ในงานคอมพิวเตอร์กราฟิกต่าง ๆ เพื่อสร้างเส้นโค้ง ซึ่งลักษณะของเส้นทางการบินของอากาศยานนั้นก็มีส่วนเส้นโค้งเช่นกันซึ่งเหมาะสำหรับนำมาสร้างเส้นทางการบินได้ โดยการนำเอาข้อมูลทางด้านสามมิติของเส้นทางการบินมาคำนวณหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับเส้นทางการบินแต่ละเส้นทาง ซึ่งพารามิเตอร์ที่สำคัญตัวหนึ่งในการสร้างเส้นโค้งของ NURBS คือ Control point การทดสอบการสร้างสมการ NURBS parametric จะมีการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของสมการแล้วทำการเปรียบเทียบหาความผิดพลาดระหว่างชุดข้อมูลตำแหน่งอากาศยานที่ได้มากับค่าตำแหน่งเส้นโค้งที่ได้จากสมการ NURBS เพื่อให้ค่าความผิดพลาดของเส้นโค้งที่น้อยที่สุด แล้วให้พารามิเตอร์เหล่านั้นเป็นสมการ Parametric แบบ NURBS เพื่อแสดงเส้นทางการบินของอากาศยานต่อไป

**คำสำคัญ :** เส้นทางการบิน, สมการแบบกำหนดตัวแปรเนริฟ

<sup>1</sup> ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

<sup>2</sup> สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าเครื่องกลการผลิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

\* ผู้แต่ง, อีเมลล์: fengcnr@ku.ac.th

# The Development of 3D Aircraft Flight Path Models by NURBS Parametric Equations

Chana Raksiri <sup>1\*</sup> Krittiya Pa-im <sup>1</sup> and Phumaret Saengram <sup>2</sup>

Received 14 July 2021, Revised 9 August 2021, Accepted 9 August 2021

## Abstract

There are a variety of methods for creating aircraft flight routes or predicting flight routes such as prediction by the neural network method or prediction with relative motion between positions. In this research, aircraft flight paths will be created using the Non-Uniform Rational Basic Spline parametric (NURBS) equation. The NURBS equation is a mathematical model based on spline method commonly used in various computer graphics applications which are used to create curves. The nature of an aircraft's flight path also has curves, which are suitable for creating a flight path by using the three dimensions data of the flight path to calculate the appropriate parameters for each flight path. One of the most important parameters for constructing a NURBS curve is the Control Point. To test the NURBS parametric equation, the parameters of the equation are adjusted and then the errors are compared between the obtained aircraft position data set and the curve position obtained from the NURBS equation to give the smallest error value of the curve. Then, those parameters defined as NURBS parametric equations show the flight path of the next aircraft.

**Keywords :** Aircraft flight path, NURBS parametric equations

---

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, Kasetsart University.

<sup>2</sup> Department of Mechanical Engineering, Kasetsart University.

\* Corresponding author, E-mail: fengcnr@ku.ac.th

# 1. บทนำ

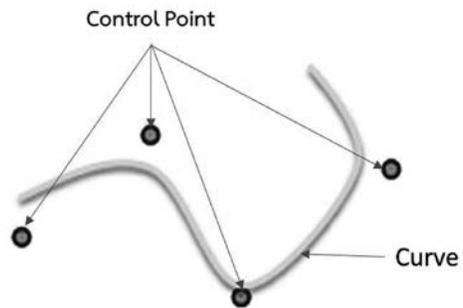
เส้นทางการบินของอากาศยานแตกต่างกันไปตามประเภทของเครื่องบินจะมีลักษณะการบินไม่เหมือนกัน เช่น เครื่องบินพาณิชย์จะเป็นลักษณะการบินแบบเป็นเส้นตรงหรือเครื่องบินรบจะเป็นลักษณะการบินทางยุทธวิธีต่าง ๆ ที่ถูกฝึกมาตามแต่ละสถานการณ์ วัตถุประสงค์ของการทำนายเส้นทางการบินของอากาศยานแต่ละอย่าง เครื่องบินพาณิชย์จะเป็นการทำนายเพื่อการจัดการจราจรทางอากาศ ส่วนการทำนายการบินของเครื่องบินรบก็เพื่อการเพิ่มประสิทธิภาพการต่อสู้ทางอากาศยานระหว่างอากาศยานด้วยกันหรือระหว่างอากาศยานกับภาคพื้นดิน

งานวิจัยดั้งเดิมของทำนายเส้นทางการบินหรือการสร้างเส้นทางการบินของอากาศยานส่วนใหญ่จะเป็นการทำนายเส้นทางการบินของเครื่องบินพาณิชย์ ซึ่งผลการทำนายค่อนข้างมีความแม่นยำแต่ความเสถียรต่ำ งานวิจัยในปัจจุบันเริ่มมีความแม่นยำที่มากขึ้น โดยการทำนายด้วยวิธีโครงข่ายประสาทเทียม [1-4] หรือการทำนายเส้นทางการบินด้วยการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างตำแหน่ง [5] ในงานวิจัยนี้เลือกใช้การสร้างเส้นทางการบินของอากาศยานด้วยสมการ NURBS ที่มีพื้นฐานมาจาก Spline [6] เนื่องจาก NURBS สามารถแทนเส้นโค้งได้ทุกชนิดและลักษณะของเส้นทางการบินของอากาศยานต่าง ๆ นั้น ก็มีเส้นโค้งคล้าย ๆ กับเส้นทางการเคลื่อนที่ของมีดบนเครื่องจักรกลซีเอ็นซีเช่นกัน ซึ่งในงานวิจัยของการสร้างเส้นทางการเดินมีดหลาย ๆ งานได้มีการนำหลักการของ NURBS มาใช้ในการคำนวณและทำนายเส้นทางการเดินมีด [7-10] และในงานวิจัยนี้จะมีการใช้ฐานข้อมูลการบินมาเป็นตัวคำนวณเช่นเดียวกับการทำนายเส้นทางการบินของ

งานวิจัยอื่น ๆ โดยขั้นตอนในงานวิจัยนี้คือจะมีการนำเอาข้อมูลทางด้านสามมิติของเส้นทางการบินมาคำนวณหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับเส้นทางการบินแต่ละเส้นทางจากนั้นจะทำการทดสอบการสร้างสมการ Parametric ด้วยการปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของสมการ NURBS และสุดท้ายจะทำการเปรียบเทียบหาความผิดพลาด โดยเมื่อได้ค่าความผิดพลาดของเส้นโค้งที่น้อยที่สุดแล้ว จะให้พารามิเตอร์เหล่านั้นเป็นสมการ Parametric แบบ NURBS เพื่อแสดงเส้นทางการบินของอากาศยานต่อไป

## 2. สมการ Parametric แบบ Non-Uniform Rational Basis Spline (NURBS)

NURBS หรือ Non-Uniform Rational Basic Spline เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจาก Spline ซึ่งนิยมใช้ในงานคอมพิวเตอร์กราฟิกต่าง ๆ เพื่อสร้างเส้นโค้ง (Curve) และพื้นผิว (Surface) โดยรูปร่างของเส้นโค้งแบบ Spline นั้น จะถูกสร้างขึ้นโดยการคำนวณจากจุดจำนวนหนึ่งบนเส้นโค้ง แต่เส้นโค้งแบบ NURBS นั้นจะต่างออกไป โดยรูปร่างจะถูกควบคุมด้วยกลุ่มของจุดที่ใช้กำกับรูปร่างของเส้นโค้ง (Control point) โดยที่จุดเหล่านี้จะไม่ใช่อัตตาบนเส้นโค้ง ซึ่งเส้นโค้งนั้นจะถูกลากไปมาระหว่าง Control Point แต่ละจุดเรียงตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 NURBS หรือ Non-Uniform Rational Basic Spline [6]

NURBS Curve ถูกกำหนดด้วยพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น Knot, Control point, Degree และ Weight ใน Basic function ซึ่ง Basic function นี้ [11] แสดงได้ในสมการที่ (1)

$$N(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \quad (1)$$

เมื่อ  $N_{i,p}(u)$  คือ B-spline basis function โดยสมการนี้สามารถอธิบายได้ในสมการที่ (2) และสมการที่ (3)

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (3)$$

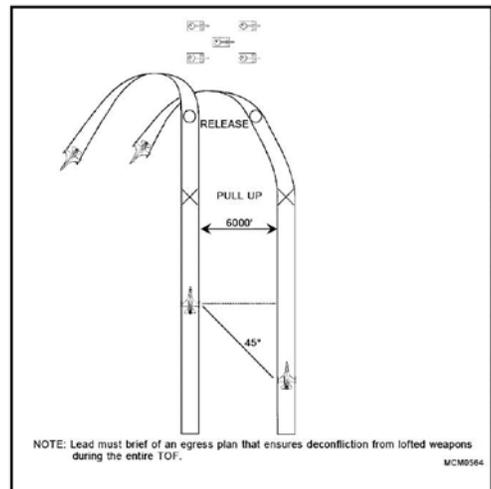
เมื่อ  $p$  คือ Degree ของ Basic function,  $i$  คือ Degree บวก 1 ( $i = p + 1$ ),  $u_i$  คือ Knot และ  $u$  คือ Knot vector โดยเมื่อดูที่ Basic function รูปร่างของเส้นโค้งจะถูกกำหนดด้วยค่า Degree,  $p$  ที่เพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามเส้นโค้ง NURBS ยังมีตัวแปรอื่นกำหนดด้วยเช่นกัน คือ Weight,  $w_i$  และ Control point,  $p_i$  ซึ่งแสดงได้ในสมการที่ (4)

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} P_i \quad (4)$$

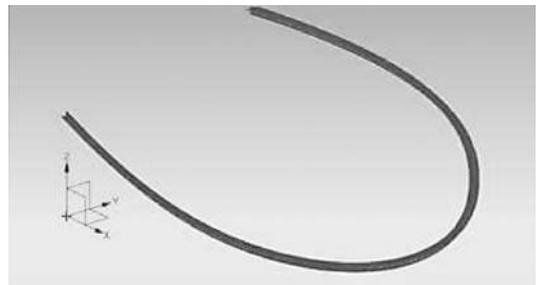
การนำค่าน้ำหนัก (Weight),  $w_i$  มาใช้เพื่อเพิ่มหรือลดความสำคัญของ Control Point และองค์ประกอบของค่าน้ำหนักนี้อาจจะมีค่าไม่เท่ากับ 1 จากสมการที่ (4)  $C(u)$  เป็นฟังก์ชันตรรกยะใน  $u$  ดังนั้นหากเราใช้การเขียนแบบเส้นโค้ง B-spline เราจะได้ฟังก์ชันเดียวกับกับ B-spline ที่ได้มาจากการแปลง Control Point ดังนั้น จึงสามารถใช้วิธีการสร้างแบบจำลองเส้นโค้ง NURBS จากกัน B-spline ได้กันอย่างแพร่หลาย

### 3. ข้อมูลตำแหน่งอากาศยานแบบ 3 องศาอิสระ

ได้ทำการศึกษายุทธวิธีการบินต่อสู้อากาศพื้นดิน หรือมีเป้าหมายการยิงขีปนาวุธจากอากาศสู่พื้น (Air-to-surface) ของเครื่องบิน F-16 ในภารกิจต่าง ๆ มาแล้ว แต่ไม่สามารถเก็บข้อมูลตำแหน่งวิถีการบินของเครื่องบิน F-16 ได้จริง จึงได้ทำการจำลองเส้นทางการบินด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยการเลือกยุทธวิธีการบินมา 1 ยุทธวิธี คือ Simultaneous Loft ดังแสดงในรูปที่ 2 และ ใช้ข้อมูลตำแหน่งอากาศยานแบบ 3 องศาอิสระ  $x, y$  และ  $z$  จากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ มาเพื่อนำไปสร้างสมการ NURBS Parametric ต่อไป โดยเส้นทางการบินที่จำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 2 Simultaneous Loft [12]



รูปที่ 3 เส้นทางการบินของยุทธวิธี Simultaneous Loft ที่จำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

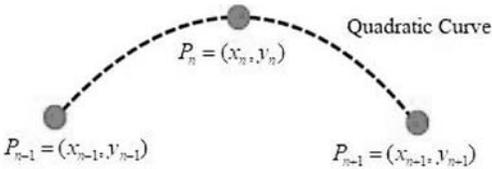
#### 4. นำข้อมูลตำแหน่งอากาศยานสร้างสมการ NURBS Parametric

ข้อมูลตำแหน่งอากาศยานที่ได้มาจากการจำลองเส้นทางการบินด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้น จะเป็นค่าในรูปแบบ 3 องศาอิสระ x, y และ z มีจำนวน 1,000 พิกัด โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) แปลงกลุ่มข้อมูลให้อยู่ในระนาบ 2 มิติ นำข้อมูลตำแหน่งที่ได้มาจากการจำลองเส้นทางการบินในรูปแบบ 3 มิติ มาพิจารณาในระนาบ 2 มิติ เพื่อใช้ในการกำหนดจุด Control Point ซึ่งจุด Control Point ที่เลือกมาครั้งแรกนั้นจะเป็นจุดแรก, จุดสุดท้าย และจุดกลับตัว ของกลุ่มข้อมูลเส้นทางการบิน

2) สร้างสมการ Quadratic จากการผ่านจุด 3 จุดบนของกลุ่มข้อมูลเส้นทางการบิน เพื่อหาจุดกลับตัวของ Curve ซึ่งสมการ Quadratic แสดงในรูปแบบที่ 4 และสมการจะอยู่ในรูปของ [13]

$$\begin{aligned} y_{n-1} &= ax_{n-1}^2 + bx_{n-1} + c \\ y_n &= ax_n^2 + bx_n + c \\ y_{n+1} &= ax_{n+1}^2 + bx_{n+1} + c \end{aligned} \quad (5)$$



รูปที่ 4 สมการ Quadratic จากจุด 3 จุด

แก้สมการหาค่าตัวแปร a, b และ c จะได้

$$a = \frac{[(y_n - y_{n-1})(x_{n-1} - x_{n+1}) + (y_{n+1} - y_n)(x_n - x_{n-1})]}{[(x_n^2 - x_{n-1}^2)(x_{n+1} - x_{n-1}) + (x_{n+1}^2 - x_n^2)(x_n - x_{n-1})]} \quad (6)$$

$$b = \frac{[(y_n - y_{n-1}) - a(x_n^2 - x_{n-1}^2)]}{[x_n - x_{n-1}]} \quad (7)$$

$$c = y_{n-1} - ax_{n-1}^2 - bx_{n-1} \quad (8)$$

3) หาจุดกลับตัวด้วยหลักการความชันของสมการ Quadratic ซึ่งแต่ละจุดบนเส้นโค้งเมื่อทำการอนุพันธ์สมการที่ (5) จะได้เป็นเส้นของความชันของจุด [13]

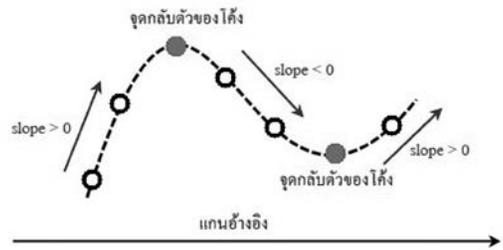
$$\text{slope} = \frac{dy}{dx} = 2ax + b \quad (9)$$

จากสมการที่ (9) การทำย้อนกลับของสมการความชัน จะได้

$$\tan(\theta) = \frac{dy}{dx} \quad (10)$$

$$\theta = \tan^{-1}(2ax + b)$$

ทิศทางของความชันจากซ้ายไปขวามีค่าเพิ่มขึ้น แสดงว่าค่าความชันมีค่าเป็นบวก ทิศทางของความชันจากซ้ายไปขวามีค่าลดลง แสดงว่าค่าความชันมีค่าเป็นลบ และถ้าทิศทางของความชันอยู่แนวระดับ แสดงว่าความชันเป็นศูนย์ ซึ่งจะใช้จุดที่ความชันเท่ากับศูนย์นี้เป็นจุดกลับตัวของเส้นโค้ง ดังแสดงในรูปแบบที่ 5



รูปที่ 5 ทิศทางของความชัน

4) กำหนด Order, Basic function และ Weight ของสมการ NURBS ในส่วนนี้จะทำการกำหนดตัวแปรต่าง ๆ ของสมการ NURBS ก่อน เช่น Order, Knot Vector และ Weight โดย

- Order ที่ใช้ในการสร้างเส้นโค้งคือ Quadratic order:  $K=3$  (degree =2)

- Knot Vector จะทำให้เกิด Basic function (สมการที่ 3) ของเส้นโค้ง และจำนวน Knot Vector จะเท่ากับจำนวน Degree+1 และจำนวน Control Point เป็นดังสมการต่อไปนี้

$$U = (u_0, u_1, \dots, u_{K-1}, u_K, u_{K+1}, \dots, u_{n-1}, u_n, u_{n+1}, \dots, u_{n+K}) \quad (11)$$

โดยค่าของ Knot Vector จะเป็นค่าที่ถูกคำนวณอัตโนมัติจาก Degree+1 และ Control Point ซึ่งจะเริ่มที่ 0 จำนวนเท่ากับ Order (degree+1)

- Weight จำนวนของ  $w_i$  จะมีจำนวนเท่ากับจำนวนของ Control Point

โดยเริ่มต้นกำหนดให้  $w_i = 1$

5) สร้าง NURBS Curve จากตัวแปรต่าง ๆ ที่กำหนดเบื้องต้น ตามสมการที่ (4)

6) เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดระหว่างชุดข้อมูลตำแหน่งอากาศยานที่ได้มากับค่าตำแหน่งเส้นโค้งที่ได้จากสมการ NURBS โดยใช้สมการ

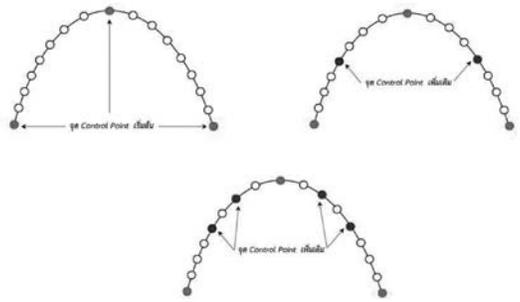
$$Err_{x,y,z} = \left| \frac{Pt_N(x,y,z) - Pt_O(x,y,z)}{Pt_O(x,y,z)} \right| \times 100\% \quad (12)$$

เมื่อ  $Err_{x,y,z}$  คือ Absolute error,

$Pt_N(x,y,z)$  คือ ตำแหน่งบน NURBS และ

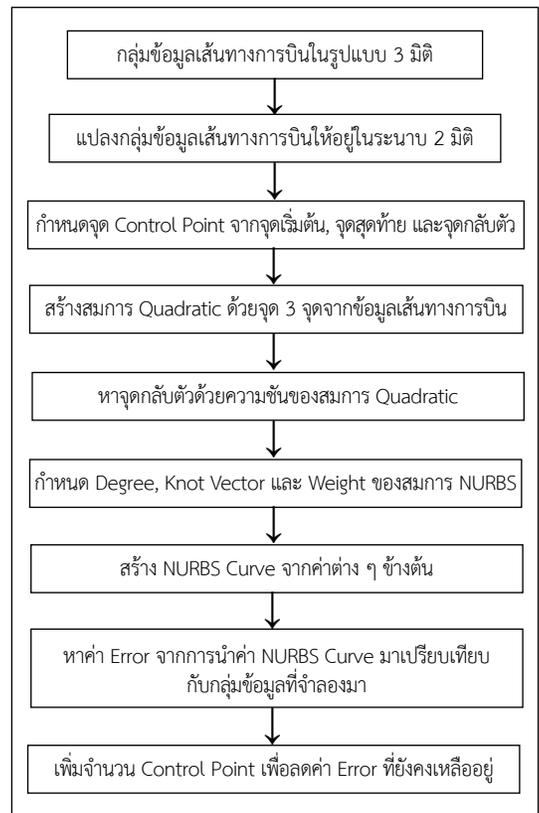
$Pt_O(x,y,z)$  คือ ตำแหน่งข้อมูลชุดข้อมูล

7) เพิ่มจำนวน Control Point,  $P_i$  เพื่อลดค่าความผิดพลาดที่ยังคงหลงเหลืออยู่ โดยจุด  $P_i$  ที่เพิ่มขึ้นมาจะเป็นตำแหน่งอยู่ระหว่างจุด  $P_i$  เดิมที่มีอยู่แล้ว และใกล้กับตำแหน่งจุดกลับตัว ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 การเพิ่มจุด Control Point

โดยขั้นตอนการสร้างสมการ NURBS Parametric มีขั้นตอนตามแผนผัง ดังแสดงในรูปที่ 7

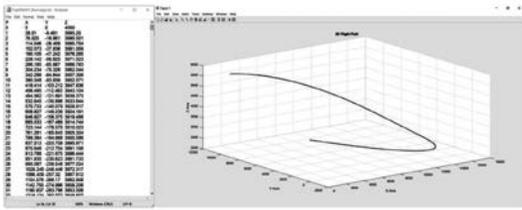


รูปที่ 7 ขั้นตอนการสร้างสมการ NURBS Parametric

## 5. การทดสอบการสร้างสมการเส้นทางการบิน

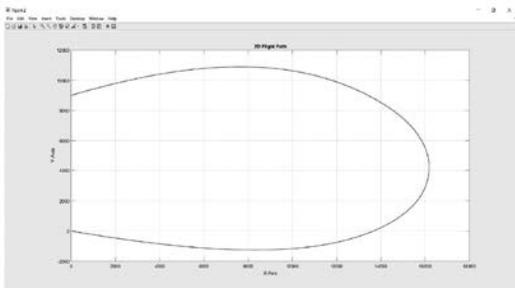
ผลการทดสอบการสร้างสมการ NURBS Parametric โดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการคำนวณ แสดงผลการทดสอบได้ดังนี้

1) กลุ่มข้อมูลเส้นทางการบินในรูปแบบ 3 มิติ ของยุทธวิธี Simultaneous Loft



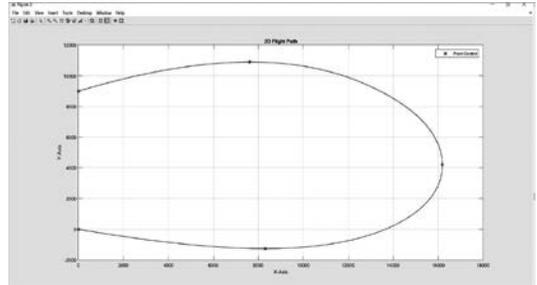
รูปที่ 8 กลุ่มข้อมูลเส้นทางการบินในรูปแบบ 3 มิติ ของยุทธวิธี Simultaneous Loft

2) แปลงกลุ่มข้อมูลเส้นทางการบินให้อยู่ในระนาบ 2 มิติ เพื่อใช้ในการกำหนดจุด Control Point



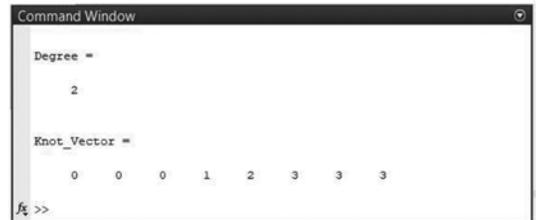
รูปที่ 9 กลุ่มข้อมูลเส้นทางการบินในระนาบ 2 มิติ

3) กำหนดจุด Control Point โดยการทดสอบครั้งแรกได้กำหนด Control Point ได้จำนวน 5 จุด คือ จุดเริ่มต้นของข้อมูล จุดสุดท้ายของข้อมูล และจุดที่มีการเปลี่ยนทิศทางของข้อมูล ดังรูปที่ 10 ซึ่งจุดที่มีการเปลี่ยนทิศทางหาได้จากความชันของสมการ Quadratic



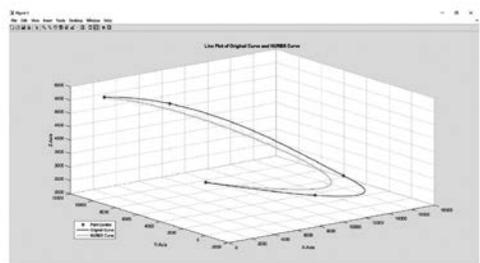
รูปที่ 10 Control Point บนชุดข้อมูลการบิน

4) กำหนด Degree และคำนวณ Knot Vector โดยออเดอร์ที่ใช้ในการสร้างเส้นโค้งคือ Quadratic Order (Order=2) ซึ่งมี Degree เท่ากับ 3 และ จำนวน Knot Vector จะเท่ากับจำนวน Degree (=3) บวกกับจำนวน Control Point = (5) ดังนั้น จำนวน Knot Vector = 8 จำนวน



รูปที่ 11 กำหนดค่า Degree และ Knot Vector

5) นำตัวแปรต่าง ๆ ที่กำหนดมาจากข้างต้นมาสร้าง NURBS Curve ได้ดังรูปที่ 12 โดยเส้นสีฟ้าคือ เส้นทางตำแหน่งอากาศยานที่ได้มาจากการจำลองเส้นทางการบินด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จุดสีแดงคือ Control Point บนจุดข้อมูลการจำลองเส้นทางการบินและเส้นสีเขียวคือ เส้นทางการบินที่ได้จากสมการ NURBS



รูปที่ 12 ภาพเปรียบเทียบตำแหน่งเส้นทางการบินกับตำแหน่งจาก NURBS

6) คำนวณหาเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดระหว่างชุดข้อมูลตำแหน่งอากาศยานที่ได้มากับค่าตำแหน่งเส้นโค้งที่ได้จากสมการ NURBS โดยเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเฉลี่ยที่ได้จากสมการ NURBS ครั้งแรกนั้นอยู่ที่ 10.33%

```

Degree =
    2

Knot_Vector =
    0 0 0 1 2 3 3 3

Percent_Error =
    10.3302

f1 >>
    
```

รูปที่ 13 เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดระหว่างตำแหน่งเส้นทางการบินกับตำแหน่งจาก NURBS

7) ปรับปรุงสมการ NURBS เพื่อลดค่าความผิดพลาดโดยการเพิ่มจำนวน Control Point ตามตารางที่ (1) ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 การลดค่าความผิดพลาดของสมการ NURBS

ลดความผิดพลาดครั้งที่	จำนวน Control Point	จำนวน Knot Vector	% Error
1	9	12	2.5392
2	15	18	0.7775
3	25	28	0.4013

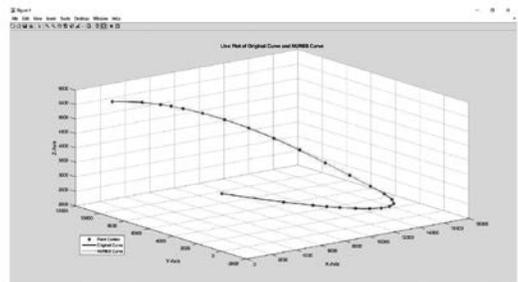
## 6. ผลการทดสอบการสร้างสมการเส้นทางการบิน

จากผลการทดสอบการสร้างสมการ NURBS Parametric โดยใช้โปรแกรม MATLAB นั้น จะให้โปรแกรมคำนวณหา Control Point แบบอัตโนมัติ โดยมีการกำหนดเงื่อนไขว่า เมื่อเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดมีค่าต่ำกว่า 0.5% จะให้หยุดการทำงาน ซึ่งจากการทดสอบได้มีการสร้างสมการ NURBS Parametric มี

การเพิ่มจำนวน Control Point 4 ครั้ง และค่า NURBS Parametric ที่ได้นั้นมีค่าดังนี้

- Control Point จำนวน 25 จุด คิดเป็น 2.5% ของจำนวนข้อมูลตำแหน่งอากาศยาน
- Order : Order = 2 (Quadratic Order)
- Knot Vector = [ 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 23 23]

โดยผลจากการลดค่าความผิดพลาดในครั้งสุดท้ายนี้แสดงรูปการเปรียบเทียบข้อมูลจำลองเส้นทางการบิน กับเส้นทางการบินที่ได้จากสมการ NURBS ได้ดังรูปที่ 14 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเส้นทางการบินด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (เส้นสีฟ้า) กับเส้นทางการบินที่ได้จากสมการ NURBS (เส้นสีเขียว) มีความใกล้เคียงกัน ซึ่งคำนวณความผิดพลาดออกมาได้ประมาณ 0.4%



รูปที่ 14 ภาพเปรียบเทียบตำแหน่งเส้นทางการบินกับตำแหน่งจาก NURBS จากการลดความผิดพลาดครั้งสุดท้าย

## 7. สรุปผลการดำเนินการ

บทความนี้นำเสนอการพัฒนาแบบจำลองเส้นทางการบินของอากาศยาน 3 มิติโดยใช้ยุทธวิธี Simultaneous Loft มาเป็นตัวอย่างของเส้นทางการบินด้วยการสร้างสมการ NURBS Parametric

โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจาก Spline เนื่องจาก NURBS สามารถแทนเส้นโค้งได้ ทุกชนิดและลักษณะของเส้นทางการบินของ อากาศยานต่าง ๆ นั้นก็มีส่วนเส้นโค้ง สมการ NURBS Parametric จึงเหมาะสำหรับนำมาสร้างเส้นทางการบินได้ การทดสอบการสร้างสมการ NURBS Parametric จะมีการปรับค่าพารามิเตอร์คือจำนวน Control Point แล้วทำการเปรียบเทียบหาความผิดพลาดระหว่างชุดข้อมูลตำแหน่งอากาศยานที่ได้ มากับค่าตำแหน่งเส้นโค้งที่ได้จากสมการ NURBS Parametric โดยเริ่มต้นการคำนวณจะเลือก Control Point จากจุดเริ่มต้น จุดกลับตัว และจุดสุดท้าย ของชุดข้อมูลตำแหน่งอากาศยาน โดยมีการกำหนด เกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดไว้ที่ 0.5% ถ้าความ ผิดพลาดยังสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดจะมีการเพิ่ม Control Point ระหว่างจุดเดิม และคำนวณหา เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดอีกครั้ง และหยุดการปรับค่า NURBS Parametric เมื่อค่าความผิดพลาดต่ำกว่า 0.5% จากผลการดำเนินการมีการปรับปรุงค่า NURBS Parametric จำนวน 4 ครั้ง และค่าความผิดพลาด ที่ได้น้อยที่สุดอยู่ที่ 0.4% แสดงให้เห็นว่า การสร้าง สมการ NURBS Parametric นั้นสามารถจำลอง เส้นทางการบินของอากาศยาน 3 มิติได้ ซึ่งวิธีการที่ นำเสนอนี้เป็นการสร้างเส้นทางการบินแบบวิถีเลือก ได้อีกวิธีการหนึ่ง

## 8. เอกสารอ้างอิง

[1] Liu Y. & Hansen M. 2018. Predicting Aircraft Trajectories: A Deep Generative Convolutional Recurrent Neural Networks Approach, Institutes of Transportation Studies, University of California, Berkeley

[2] Pang Y., Xu N & Liu Y. 2019. Aircraft Trajectory Prediction using LSTM Neural Network with Embedded Convolutional Layer. Annals Conference of The Prognostics and Health Management Society.

[3] Xu X., Yang R., Zhang T. & Yang B. 2019. Trajectory Prediction of Target Aircraft in Air Combat Based on GA-OIF-Elman Neural Network. IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Computer Applications (ICAICA).

[4] Rodin E.Y., & Amin S.M. 1992. Maneuver prediction in air combat via artificial neural network. Computer Mat. Applic, Vol. 24, No.3, pp. 95-112.

[5] Lin Y., Zhang J. & Liu H. 2018. An algorithm for trajectory prediction of flight plan based on relative motion between positions. Front Inform Technol Electron Eng, 19 (7) :905-916.

[6] Ulf A. 2020. Computer Graphics Curves and Surfaces.

[7] Lei W.T., Sung M.P., Lin L.Y. & Huang J.J. 2007. Fast real-time NURBS path interpolation for CNC machine tools. Int. J. Mach. Tool Manufact., 47 (10) pp. 1530-1541.

[8] Lei W.T. & Sung M.P. 2008. NURBS-based fast geometric error compensation for CNC machine tools. Int. J. Mach. Tool Manufact., 48 (3-4) , pp. 307-319.

[9] Liang F., Kang Ch. & Fang F. 2020. A smooth tool path planning method on NURBS surface based on the shortest boundary

geodesic map. *Int. J. Manufact Proc.*, 58 pp. 646-658.

[10] Ji Sh., Lei L., Zhao J., Lu X. & Gao H. 2021. An adaptive real-time NURBS curve interpolation for 4-axis polishing machine tool. *Robot. Comput. Integrat. Manuf.*, 67

[11] John, F., J.L. Lowther, & C.K. Shene. 2004. If You Know BSplines Well, You Also Know NURBS!. *ACM SIGCSE Bulletin* 36(1):343-347.

[12] Johnson D.L. 1996. *Multi-Command Handbook* 11-F16. Vol.5.

[13] Chouychai B. 2015. Point cloud data reduction with tangent function method for nurbs curve and surface fitting. *International Conference on Knowledge and Smart Technology (KST)*.